Antoine
HOULOU-GARCIA

il était une fois le zéro

« Antoine Houlou-Garcia raconte les mathématiques aux non-initiés. »
LE MONDE

ALISIO
SCIENCES

Difficile d'imaginer les mathématiques sans lui, et pourtant le zéro a brillé par son absence pendant des milliers d'années. On le pensait absurde, voire dangereux.

Point de départ, présence d'une absence, incarnation du vide, porte ouverte sur l'infini, le zéro est une révolution. Il a transformé la manière de calculer et permis l'émergence de l'algèbre, du calcul infinitésimal — et de l'informatique. À travers d'extraordinaires et surprenantes aventures, embarquez pour un voyage au cœur de l'astronomie babylonienne, des papyrus grecs, des manuscrits arabes et latins et des premières inscriptions mayas.

Le zéro a été inventé, oublié, réinventé, transmis, traduit, repensé. Le spécialiste de l'histoire des mathématiques Antoine Houlou-Garcia nous raconte cet incroyable cheminement et toute l'intelligence humaine d'une science sans frontières.

Bienvenue dans l'histoire d'un rien qui a tout changé !

Docteur, ancien statisticien de l'Insee, **Antoine Houlou-Garcia** est chercheur associé au Centre d'études sociologiques et politiques Raymond-Aron (Paris), membre associé de l'Institut des sciences et techniques de l'Antiquité (Besançon) et enseigne à l'université de Trente (Italie). Il est l'auteur de plusieurs ouvrages de vulgarisation qui mêlent récit et sciences, dont *Mathematikos*, Les Belles Lettres, 2019 (lauréat du prix Tangente) ; *Le Théorème hypocrite : Histoire de la manipulation par les chiffres de Pythagore au Covid-19*, Albin Michel, 2020.

ISBN : 978-2-37935-338-3

9 782379 353383

18 €
PRIX TTC
FRANCE

Rayons : Sciences, Histoire

ALISIO
SCIENCES

éditeur écoresponsable

ALISIO
L'éditeur des voix qui inspirent

Suivez notre actualité sur **www.alisio.fr**
et sur les réseaux sociaux LinkedIn,
Instagram, Facebook et Twitter !

Alisio s'engage pour une fabrication écoresponsable !
« Des livres pour mieux vivre », c'est la devise de notre maison. Et vivre mieux, c'est vivre en impactant positivement le monde qui nous entoure ! C'est pourquoi nous avons fait le choix de l'écoresponsabilité.
Pour en savoir plus, rendez-vous sur notre site.

Conseil éditorial : Antoine Beauchamp
Suivi éditorial : Catherine Jardin
Mise en pages : Jennifer Simboiselle
Design de couverture : Frédéric Bélonie

une marque des éditions Leduc
76, boulevard Pasteur
75015 Paris – France
ISBN : 978-2-37935-338-3

Antoine
HOULOU-GARCIA

il était une fois le zéro

ALISIO
SCIENCES

À Olivia Balagna

SOMMAIRE

INVITATION

Le zéro est un chiffre qui semble banal. Pourtant, il n'a pas toujours existé. Mieux : il est né plusieurs fois et de diverses façons. Plusieurs zéros ont été oubliés et un seul a finalement été retenu.

Ce qui est surprenant avec le zéro, c'est non seulement qu'il ait une histoire mais aussi que son histoire soit une épopée si pleine de suspens, de déconvenues, d'espoirs et de révolutions.

Beaucoup de légendes – contradictoires entre elles – circulent sur le zéro : il aurait été inventé par les Arabes (faux), il aurait été inventé par les Indiens (un peu vrai, mais assez faux), l'Église aurait interdit le zéro (faux), les Grecs n'auraient jamais eu de zéro (doublement faux), le pape de l'an mil aurait introduit le zéro en Europe (faux), les termes *zéro* et *chiffre* auraient la même origine (vrai !).

Nous allons voyager sur la surface du globe, de Babylone à la Chine en passant par la Syrie, l'Iran, la Grèce, l'Italie, l'Espagne, l'Inde, l'Amérique centrale, pour retracer les extraordinaires aventures d'un nombre qui s'est finalement imposé grâce aux révolutions scientifiques qu'il a permises.

Bienvenue dans l'histoire d'un rien qui change tout.

— CHAPITRE 1 —

UNE ÉVIDENCE QUI N'EN EST PAS UNE

Comment se fait-il qu'on n'ait pas toujours eu le zéro ? Il paraît aujourd'hui inconcevable que le zéro ait pu ne pas exister. Cela semble pourtant si évident : j'ai une pomme, j'en mange une, j'en ai zéro. Bien sûr, beaucoup de gens ont dû penser au zéro depuis très longtemps, de façon plus ou moins floue. Mais, étrangement, le zéro est une invention récente. Comment est-ce possible ?

DE QUEL ZÉRO PARLE-T-ON ?

Vous n'y avez peut-être jamais fait attention, mais il existe deux zéros bien distincts l'un de l'autre.

Il y a tout d'abord le zéro que vous utilisez au quotidien, même si vous n'êtes pas capable de poser une addition : le *zéro positionnel*. Ce zéro est celui qu'on trouve écrit au sein des nombres : par exemple, 109 indique qu'il y a 1 centaine, 0 dizaine et 9 unités. Le zéro positionnel est donc un symbole qui, comme les chiffres de 1 à 9, permet d'écrire tous les nombres[1].

Ce zéro positionnel n'a d'utilité que si on utilise une numération positionnelle, c'est-à-dire une manière d'écrire les nombres avec des symboles (les chiffres) dont la valeur dépend de la position dans le nombre. Reprenons le nombre 109. Si on change les chiffres de place et qu'on écrit 901, alors le 9 n'a plus la même valeur : dans 109, le 9 indique le nombre des unités et vaut donc 9 ; tandis que dans 901, il indique le nombre des centaines et vaut donc 900.

Cela peut sembler une banalité, mais il faut savoir que toutes les numérations ne sont pas positionnelles. Loin de là. Les Romains, par exemple, avaient une numération dite « additive[2] » utilisant des symboles (semblables à des lettres[3]) : I pour un, V pour cinq, X pour dix, etc. Par exemple, le nombre 109 s'écrivait CIX : le C représente cent et le X précédé du I indique qu'il faut calculer dix moins un. On additionne enfin le tout (cent plus dix moins un), ce qui donne 109. Selon le même principe, 901 s'écrivait CMI.

Dans la numération que nous utilisons aujourd'hui dans la plupart des pays, 109 et 901 possèdent exactement les mêmes chiffres : 0, 1 et 9. Seul l'ordre change. En revanche, pour les Romains, CIX et CMI ne possèdent pas les mêmes symboles. La numération romaine n'est donc pas positionnelle. Et on remarque qu'ils n'ont donc pas besoin du zéro pour écrire les nombres : le zéro est parfaitement inutile dans une telle numération. Il en est de même pour la numération grecque ancienne et bien d'autres.

La numération positionnelle était en revanche utilisée par les Babyloniens. Dans ce cas, le zéro peut être utile. En effet, pour distinguer cent neuf de dix-neuf, il faut bien un petit symbole qui désigne le fait qu'il n'y a pas de dizaines : 109 le contient, 19 ne le contient pas. Les Babyloniens auraient inventé le tout premier zéro positionnel de l'histoire (voir chapitre 3).

Le deuxième type de zéro qui existe, c'est le *zéro arithmétique*, le zéro sur lequel on fait des calculs, celui qui nous permet d'écrire $0 \times 2 = 0$ ou encore $12 - 3 \times 4 = 0$. Le « vrai » zéro, si l'on peut dire. C'est celui-là qui a surtout posé problème : celui dont on pensa longtemps qu'il n'avait pas de sens, celui dont on mit des siècles à admettre l'existence. À la différence du zéro positionnel qui n'est qu'un symbole parmi d'autres et qui ne gêne personne, d'autant que la plupart des numérations (parce qu'elles ne sont pas positionnelles) n'en ont pas besoin, le zéro arithmétique est un nombre, mais un nombre très particulier – presque effrayant. C'est de la possibilité de ce zéro arithmétique que nous allons parler dans la suite de ce chapitre.

UN SIMPLE ABUS DE LANGAGE ?

Bien sûr, beaucoup de gens ont pensé, d'une manière ou d'une autre, à la notion du zéro. On en trouve d'ailleurs trace dans divers textes, par exemple dans ce passage de la pièce de théâtre de Sophocle *Œdipe roi* (v^e^ siècle av. J.-C.) : « Hélas, générations des mortels, comme je compte vos vies à l'égal du rien[4] ! » Certes, Sophocle fait dire que les mortels sont égaux à rien, c'est-à-dire à zéro ; pour autant, cela n'a jamais fondé le zéro comme un objet mathématique avec des propriétés calculatoires.

Répétons-nous : « J'ai une pomme, j'en mange une, j'en ai zéro. » Qu'est-ce qui peut bien poser problème dans une telle évidence ? Faisons un exercice de langage en réécrivant la phrase sans utiliser le terme « zéro ». On peut transformer les trois propositions en : « J'ai une pomme, j'en mange une, je n'ai aucune pomme. » On n'a pas l'impression d'avancer, et pourtant, quelque chose nous titille : « aucune » n'est pas un nombre. Personne ne se demande combien vaut la racine carrée de « aucune » ni combien fait « aucune » à la puissance douze : de telles formulations n'auraient pas de sens.

Ainsi, dire que l'on n'a « aucune pomme », ce n'est pas dire qu'on possède un certain nombre de pommes (égal à zéro) mais bien dire qu'on n'en a pas. Or, dire « j'ai zéro pomme » consiste, si on y réfléchit un peu, à dire qu'on possède l'absence de pomme ; mais posséder l'absence d'un objet, cela n'a guère de sens.

Il existe d'ailleurs des langues qui ne permettent pas d'exprimer l'idée qu'on possède l'absence (justement parce que ce n'est pas logique). En wolof, langue bantoue parlée au Sénégal, le mot « sans » n'existe pas. À la place, on dit *bu andul ak*, c'est-à-dire, mot à mot : « qui ne vas pas avec ». Par exemple, « un riz sans sauce » se dit *ceeb bu andul ak ñeex*. On a alors la négation de la possession (ce qui paraît logique) et non pas la possession de l'absence. En wolof, on peut en revanche utiliser le terme « sauf », qui se dit *ndare*, car il y a là l'idée d'une soustraction, de l'exclusion d'un élément. La soustraction est une notion très naturelle, très cohérente, tandis que l'idée de posséder une absence semble être un non-sens, une faute logique.

On se trouve donc peut-être face à un problème linguistique, un abus de langage, un mauvais jeu de mots. Dire qu'on possède « zéro pomme », « aucune pomme » (on pourrait aussi dire « rien pomme », « non pomme », « pas pomme ») sont des manières commodes de s'exprimer dans le langage courant, pour se faire comprendre rapidement et dire, en termes plus rigoureux, qu'on ne possède pas de pomme.

C'est comme si, au lieu de dire « Je ne suis pas majeur. », on disait, pour aller plus vite, « Je suis zéro majeur. » On comprendrait l'idée, certes, mais, au-delà du fait que l'expression sonnerait mal, elle nous semblerait fausse d'un point de vue conceptuel.

Ce n'est pas parce qu'on peut dire des choses que les phrases que l'on dit ont un sens. Imaginez la phrase « Il pleut quand il ne pleut pas » : la phrase n'a manifestement pas de sens (à moins d'éventuellement trouver une explication paradoxale très tordue qui sera peu satisfaisante). On peut énoncer des phrases, utiliser des manières de dire mais, pour autant, ne rien dire qui ait du sens. Dire quelque chose n'implique pas forcément de pouvoir fonder une connaissance.

SOUFFLER N'EST PAS JOUER

Malgré tout, on a envie de balayer toutes ces petites difficultés : puisque le langage pose problème, on n'a qu'à s'en passer. Avec une formule mathématique, on peut écrire la soustraction $1 - 1 = 0$. Certes, mais là encore, ce n'est pas parce qu'on peut écrire une formule qu'elle a forcément un sens.

On peut par exemple écrire le quotient $\frac{1}{0}$, mais ce n'est pas pour autant qu'on peut lui conférer une signification : si on est à droite de zéro (si on part de 1, puis 0,1 puis 0,01 puis 0,001 sans cesse plus proche de 0 mais avec des nombres néanmoins légèrement positifs), ce quotient vaut $+\infty$ (l'infini positif). Alors que si on est à gauche de zéro (des nombres négatifs sans cesse plus petits), ce quotient vaut $-\infty$ (l'infini négatif). Ainsi, $\frac{1}{0}$ n'a aucun sens : il se trouve entre moins l'infini et plus l'infini, autant dire un sacré grand écart !

On peut écrire (de façon peu rigoureuse mais simplement pour se faire comprendre) que $\frac{1}{0^+} = +\infty$ et que $\frac{1}{0^-} = -\infty$. En revanche, il est impossible d'attribuer la moindre valeur à $\frac{1}{0}$. C'est ce que l'on appelle une forme indéterminée, voire tout simplement une faute.

De la même manière, on peut écrire la soustraction $\infty - \infty$ (l'infini moins l'infini) et penser, spontanément, que cela vaut 0. Or, ce n'est absolument pas le cas : la soustraction $\infty - \infty$ peut être égale à $-\infty$, à $+\infty$, à 0, et même à n'importe quel nombre ! Tout cela parce que l'infini est une notion complexe qui n'obéit pas aux mêmes règles que les nombres. De fait, l'infini n'est pas un nombre, ou du moins, pas un nombre comme les nombres finis qu'on est habitué à manipuler dans la vie courante.

Le zéro, l'infini : ce sont des mots dont il est difficile de savoir s'ils ont un sens et à propos desquels on peut se demander s'ils ne sont pas, surtout, des mots qui nous égarent. Tout comme, en philosophie, le « non-être », le « néant » : ce sont peut-être autant de mots qui ne sont que des vues de l'esprit purement gratuites.

C'est un peu comme imaginer qu'il existe une théière en orbite entre la Terre et Mars : tant qu'on n'a pas prouvé qu'elle existe vraiment, il serait absurde de la considérer comme une idée crédible. Cet exemple de la théière a été proposé par Bertrand Russell[5] pour illustrer un principe aussi bien philosophique que scientifique : le rasoir d'Ockham, dû au philosophe médiéval Guillaume d'Ockham[6]. Ce principe propose de limiter les concepts et hypothèses dont on peut se passer : il faut les passer au fil du rasoir (d'où le nom du principe) pour savoir s'il est pertinent ou non de les admettre.

C'est une question de bon sens. Utiliser des concepts ou des théories sans savoir si elles ont le moindre sens, c'est prendre le risque de dire n'importe quoi. Or, les mathématiques se veulent une discipline sérieuse où les raisonnements et les concepts doivent être justifiés. Le concept de zéro doit donc être passé au fil du rasoir, car l'admettre au nom de son apparente évidence serait risqué : les mathématiques s'appuient certes sur des évidences (l'évidence des nombres, l'évidence des formes géométriques), mais elles les discutent en permanence. Et c'est comme cela qu'elles progressent.

Les géométries non euclidiennes sont nées de la négation de l'évidence selon laquelle, par un point, on peut tracer une unique droite parallèle à une autre droite donnée[7] ; le nombre imaginaire est né de la négation de l'évidence selon laquelle le carré d'un nombre est nécessairement positif[8] ; le théorème d'incomplétude de Gödel est né de la négation de l'évidence selon laquelle tout est démontrable[9]. Et ainsi de suite.

Il ne faudrait donc pas croire que c'est parce que des philosophes (Aristote notamment, mais il n'est pas le seul) ont proposé des arguments contre le zéro, que le zéro a été honni durant des siècles : les mathématiciens eux-mêmes ne l'ont pas considéré comme une possibilité mathématique. C'est justement parce que l'idée même du zéro semble banale voire évidente que les mathématiciens s'en sont méfiés : il faut d'abord définir les choses clairement, justifier qu'elles ont un sens et une possible existence pour pouvoir les utiliser.

Pour l'instant, le zéro n'est qu'un mot, un *flatus vocis*[10] (« souffle de voix ») comme l'on disait au Moyen Âge. Mais souffler un mot ne prouve rien. Pour savoir si la notion de zéro est admissible, il faut donc enquêter.

Pour conclure, ce n'est pas parce qu'on peut écrire $1 - 1 = 0$ qu'on a prouvé que cette formule a un sens et surtout : premièrement, que le zéro existe ; deuxièmement, que le zéro est un nombre comme les autres.

LE ZÉRO, OBJET À PART ?

On a souvent comparé le zéro au vide (Aristote le fait[11], par exemple, dans sa *Physique*). En réalité, cette comparaison est un peu superficielle et, surtout, elle ne va pas au cœur du problème : il est tout à fait possible de montrer que le vide existe et que le zéro n'existe pas ou, du moins, qu'il n'est pas un nombre (de même que l'infini existe en mathématiques, mais qu'il n'est pas un nombre).

Admettons justement, pour voir ce que cela donne, que le zéro existe et demandons-nous si on peut le considérer comme un nombre comme les autres. Un premier problème est qu'à la différence des autres nombres, il n'est en rapport avec aucun autre. En effet, le nombre 12 par exemple permet, si on le divise par 3, de retrouver le nombre 4 ; si on le divise par 4, de retrouver le nombre 3 ; si on le divise par 6, de retrouver le nombre 2 ; si on le divise par 12, de retrouver le nombre 1. De même, le nombre $\sqrt{2}$, si on le divise par lui-même, permet de retrouver le nombre 1 ; si on le divise par $\frac{\sqrt{2}}{2}$, de retrouver le nombre 2, etc. En somme, à partir de n'importe quel nombre, qu'il soit entier, fractionnaire, irrationnel, on peut toujours retrouver tous les autres nombres en le divisant (ou en le multipliant) : *tous* les nombres sont en proportion.

En revanche, avec zéro, cela ne fonctionne pas : zéro divisé ou multiplié par n'importe quel nombre fait toujours zéro. Dès lors, zéro n'est pas en proportion avec les autres nombres. Quand bien même le zéro existerait, il ne pourrait donc pas être un nombre *comme les autres* puisqu'il ne possède pas cette propriété que *tous* les autres possèdent. Or, cela pose problème : puisque le zéro est manifestement différent de *tous* les autres, peut-on légitimement le considérer comme un nombre (tout court) ? Peut-on lui appliquer des règles de calcul qui fonctionnent avec *tous* les autres nombres ? Manifestement non : la division par zéro, on l'a vu, est impossible.

Quand bien même il existerait, le zéro serait donc un objet différent des autres nombres, ce qui fait qu'on est en droit de se demander s'il s'agit bien d'un nombre.

UN PROBLÈME ESTHÉTIQUE

Les mathématiciens grecs considéraient leur discipline d'une manière très esthétique, chose que l'on a tendance à négliger aujourd'hui. Si les mathématiques révèlent quelque chose de vrai sur le monde qui nous entoure, c'est parce qu'elles sont belles et que le monde est beau. C'est ce point d'accroche qui est essentiel dans les mathématiques grecques de l'Antiquité : l'univers se dit *cosmos*, qui veut d'abord dire « ordre », « bon ordre des choses », d'où « ordre de l'univers » mais aussi « parure, ornement ». Si les mathématiques sont l'une des clés pour comprendre le *cosmos*, c'est parce qu'elles sont bien ordonnées et belles comme un bijou parfaitement dessiné.

Or, dans le monde des nombres, selon les mathématiciens grecs, l'Un est nécessairement la mère de tous les nombres : en effet, si on ajoute 1 à 1, on obtient 2 ; si on lui ajoute 1, on obtient 3 ; et ainsi de suite, ce qui montre que Un engendre *tous* les nombres. L'Un est donc le principe des nombres, la chose première qui permet de tout créer, l'origine de l'univers des nombres. Et cet univers arithmétique doit évidemment être à l'image du *cosmos* : parfaitement ordonné.

Si on considère maintenant le zéro, que se passe-t-il dans notre petit monde parfait ? À la limite, on peut déduire le zéro de l'Un : en soustrayant 1 à 1, on obtient en effet 0. Pour l'instant, tout va bien. Le seul problème est que 0 est plus petit que 1. Comment est-il alors possible qu'il existe un nombre plus petit, donc plus élémentaire, que le nombre Un, pourtant à l'origine de tous les nombres ? D'autant, on l'a vu, que le zéro n'engendre aucun nombre. Il est contradictoire que le principe d'un univers n'en soit pas l'élément premier : or, le zéro déboulonnerait l'Un de cette place sans pour autant engendrer quoi que ce soit.

Le zéro est donc inadmissible car son introduction égratignerait la beauté parfaite du système cosmique des nombres. Voici donc la sentence qu'on posait encore au VIe siècle apr. J.-C. à propos de l'arithmétique : « L'unité n'a pas de nombre avant elle, mais est principe par nature[12]. »

Pour l'instant, donc, point de zéro à l'horizon…

— CHAPITRE 2 —

DE L'ART DE FAIRE AVANCER LA SCIENCE

Il semble qu'il n'y ait pas vraiment de porte de sortie : les trop nombreux problèmes de légitimité du zéro paraissent le condamner à ne pas voir le jour. Pourtant, s'il existe bel et bien aujourd'hui, c'est qu'il a dû se passer quelque chose. Pour le comprendre, nous allons faire un petit détour dans un monde imaginaire…

L'IMAGINAIRE AU POUVOIR !

Jérôme Cardan est un génial mathématicien italien du XVIe siècle. À l'époque, le zéro est déjà utilisé par les mathématiciens qui en font un point d'appui pour développer ce qu'on appelle l'algèbre, c'est-à-dire, en termes simples, la résolution d'équations. Cardan, en plus d'être mathématicien, est joueur. Au sens propre du terme :

> *Il se peut qu'il n'y ait aucun domaine où je puisse passer pour digne d'éloge, mais je ne le suis nulle part moins que pour m'être adonné sans mesure aux échecs et aux dés, et je comprends bien ce que cela peut me valoir de reproches. J'ai joué des années à ces deux jeux : aux échecs plus de quarante ans, aux dés*

à peu près vingt-cinq. Et non seulement tant d'années mais – j'ai honte de le dire – chaque jour. J'ai ainsi perdu ma réputation, mon bien et mon temps[13].

Cardan est aussi un esprit touche-à-tout, il est notamment l'auteur d'un volumineux *Traité des songes* dans lequel il écrit, dans le chapitre intitulé « Comment reconnaître les songes vrais » :

Les songes plus brefs, et ordonnés, sont en outre plus vrais : ils sont en effet plus clairs et issus d'une cause plus stable ; les rêves ordonnés ne peuvent en effet venir d'une humeur ou d'une nourriture, ou de la méditation de projets, si ce n'est sous la forme où on les a médités. [...] Tous ceux qui se produisent au lever du soleil [...] ne peuvent être dépourvus de vérité[14].

Ces rêves brefs qu'on fait alors qu'on est sur le point de se réveiller ont quelque chose de vrai, comme un éclair fugace qui permet à l'imagination d'aller plus loin que nous l'aurions fait en réfléchissant. En effet, l'imagination a un pouvoir extraordinaire :

Imaginer [...], c'est aussi concevoir quelque chose, et c'est donc toute forme de création, peinture, modelage, écriture, gravure, tissage[15].

L'imagination comme moteur de la création artistique… et aussi mathématique ! En effet, en 1545, dans l'*Ars magna* (« Le Grand Art »), son ouvrage d'algèbre, Cardan s'intéresse à un problème insoluble[16] : trouver un rectangle dont le périmètre soit égal à 20 et la surface égale à 40. A priori, rien de très problématique, et pourtant ces deux conditions nous amènent à devoir résoudre l'équation[17] :

$$x^2 = -15$$

Zut : le carré d'un nombre ne peut pas être égal à une valeur négative. Par exemple, -4 élevé au carré est égal à $-4 \times -4 = +16$ car moins par moins fait plus. Il est donc impossible de trouver une valeur de x. Le rectangle recherché n'existe donc pas. Mais Cardan veut croire en son rêve et demande à son lecteur une faveur : « *imaginarebis R m 15* », ce qui veut dire, en français et en notation moderne (le « R » signifiant *racine carrée* et le « m » signifiant *moins*) : « tu imagineras $\sqrt{-15}$ ». Cardan est conscient qu'une telle chose est impossible, mais demande un effort d'imagination pour cette racine négative qu'il nomme « quantité sophistiquée[18] ».

C'est la première apparition de ce qu'on appelle aujourd'hui le nombre imaginaire $i = \sqrt{-1}$, ce nombre strictement impossible dans le monde réel mais que Cardan, joueur et rêveur, a imaginé pour donner des solutions à des problèmes qui n'en auraient pas.

FAIRE ACCEPTER L'IMPENSABLE

Quel rapport avec le zéro ? C'est simple : durant des décennies, le nombre imaginaire, tout comme le zéro, suscite souvent la méfiance voire l'indignation. Ainsi, François Viète, en France, et Thomas Harriot, en Angleterre, eux qui font pourtant beaucoup avancer les mathématiques, refusent catégoriquement la possibilité que de tels nombres existent et soient utilisés[19]. En effet, comment justifier l'injustifiable, comment faire accepter une idée qui va contre les principes mêmes du calcul élémentaire ? Il n'y a aucune manière d'y parvenir, tout comme pour le zéro : comment argumenter pour défendre ce qui défie toute logique et semble n'être qu'une folie de l'imagination ?

Pourtant, aujourd'hui, le nombre imaginaire tout comme les nombres complexes qu'il permet de construire sont enseignés en classe de terminale. Qu'a-t-il bien pu se passer entre-temps ?

Deux choses. La première est la formidable utilité des nombres complexes : non seulement ils permettent de résoudre des équations jusqu'alors insolubles, mais on peut grâce à eux simplifier considérablement certains calculs algébriques. La deuxième est qu'à force de travailler sur ces nombres, on s'aperçoit de leur potentiel géométrique : plutôt que de faire des transformations géométriques délicates (rotation, symétrie, agrandissement, etc.), on peut les modéliser grâce au nombre imaginaire de façon très simple et rapide. Dès lors, certains mathématiciens se mettent à réfléchir à la manière de représenter géométriquement ces nombres pourtant a priori impossibles. Y parviennent le Danois Caspar Wessel[20] en 1799 et surtout le Suisse Jean-Robert Argand[21] en 1806, soit deux siècles et demi (tout de même !) après la publication du texte de Jérôme Cardan.

Face à la conjonction de l'utilité et de la représentabilité, et grâce au temps qui passe et qui fait qu'on s'accoutume aux idées nouvelles, le nombre imaginaire a finalement été accepté par toute la communauté scientifique, sans que personne ne soit jamais parvenu à répondre aux objections qu'on pouvait lui faire lors de sa naissance. Ce n'est donc pas frontalement que la question a été résolue puisque, vous l'aurez compris, personne n'a réussi à justifier l'injustifiable par un raisonnement argumenté et convaincant. C'est *de biais* que le problème a été non pas résolu mais effacé : puisque l'objet est utile, représentable concrètement et qu'on s'y est habitué, pourquoi y aurait-il un problème ?

Morale de l'histoire : quand vous ne pouvez pas justifier le bien-fondé de quelque chose, ne le justifiez pas ; montrez que c'est utile, représentable et finalement pas si bizarre que cela.

Ce sera toute l'histoire du zéro.

VOILÀ CE QUI VA SE PASSER[22]

Si vous voulez déjà savoir les grandes étapes de l'incroyable histoire du zéro (*spoiler alert*), les voici en quelques mots (sinon, sautez directement au chapitre suivant).

Démontrer la légitimité du zéro est un problème insoluble. Un mathématicien grec, Jamblique (chapitre 4), va pourtant tenter de le résoudre – de façon admirable, qui plus est – en inventant à la fois le zéro arithmétique et le zéro positionnel et en justifiant leur bien-fondé, mais sa tentative, parce que trop frontale, sera tout aussi frontalement niée et oubliée.

Tout comme pour le nombre imaginaire, plutôt que résoudre le problème de la justification, la voie du succès sera dans le contournement et l'effacement du problème, en insistant sur l'utilité et la représentabilité du zéro. L'histoire sera semée d'embûches, d'incompréhensions, d'échecs mais aussi d'une formidable ténacité. Le zéro est presque une affaire de destin.

Ce n'est donc pas le zéro arithmétique qui va mettre les choses en mouvement. C'est par le zéro positionnel que tout va commencer : à Babylone où la numération positionnelle sexagésimale (en base 60) le rend utile pour les astronomes, puis en Grèce où il est adapté sous la forme qu'on lui connaît aujourd'hui, et enfin en Inde où il sert la numération positionnelle décimale alors en vigueur (chapitre 3).

Ce zéro positionnel va devenir un zéro arithmétique grâce à Brahmagupta (chapitre 5), dont le travail est très rapidement connu des Syriaques et des Arabes. Al-Khwārizmī va adapter et développer le calcul indien et ses méthodes révolutionnaires permises par le zéro (chapitre 6).

Bientôt connus dans tout le monde arabo-musulman, les chiffres indiens seront importés en Occident (en langue latine) autour de l'an mil mais sans succès : ainsi, des auteurs, comme Gerbert d'Aurillac, soit oublient d'importer le zéro, soit ne comprennent pas vraiment ce qu'est ce symbole étrange (chapitre 8).

Il faudra attendre le milieu du XII^e siècle pour qu'une double introduction du zéro en Occident aboutisse enfin : d'une part, les savants qui traduisent et adaptent Al-Khwārizmī ; d'autre part, les livres de mathématiques qui sont écrits à destination des marchands, dont celui, célèbre, de l'Italien Fibonacci (chapitre 9).

Pourtant, le zéro mettra du temps à s'imposer et sera parfois interdit, pour des raisons qui ne sont pas celles qu'on cite souvent, mais finira tout de même par devenir un objet du quotidien au moment où, dans l'esprit des gens, les chiffres indiens s'appelleront désormais les chiffres arabes (chapitre 10).

Nous verrons ensuite quelques révolutions rendues possibles par le zéro (chapitre 11) et balayerons la riche vie du zéro dans notre quotidien (chapitre 12), bien que, de façon étrange, l'année zéro n'existe pas dans notre calendrier (chapitre 13). Nous ferons ensuite un bond en Amérique centrale pour voir si les Mayas possédaient un (voire deux) zéro (chapitre 14). Enfin, nous nous amuserons avec deux étranges conventions des mathématiques contemporaines sur le zéro (chapitre 15).

Et dire que tout va commencer par l'idée, simple mais révolutionnaire, d'écrire « rien » au lieu de ne rien écrire.